

Задание 1 (5 баллов)

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

| X | Y | Z | F |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |

Каким выражением может быть F?

- 1) $\neg x \wedge y \wedge z$
- 2) $\neg x \vee y \vee z$
- 3) $\neg x \wedge y \wedge \neg z$
- 4) $x \vee y \vee z$

Решение:

Для решения нам потребуются таблицы истинности:

Таблицы истинности

- **Таблица истинности** — таблица, определяющая значение ложного высказывания при всех возможных значениях простых высказываний

| Конъюнкция | | | Дизъюнкция | | | Инверсия | | Импликация | | | Эквивалентность | | |
|--|---|-----|--|---|-----|---|----|--|---|-----|---|---|-----|
| A | B | A∧B | A | B | A∨B | A | ¬A | A | B | A→B | A | B | A≡B |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | | | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Вывод: результат будет истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны | | | Вывод: результат будет ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны, и истинным в остальных случаях | | | Вывод: результат будет ложным, если исходное выражение истинно, и наоборот | | Вывод: результат будет ложным тогда и только тогда, когда из истинного основания (A) следует ложное следствие (B) | | | Вывод: результат будет истинным тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо ложны, либо истинны | | |

Необходимо построить таблицу истинности для каждого из выражений. Верным будет то выражение, для которого в его таблице истинности найдутся все 3 строки из условия задачи.

1) $\neg x \wedge y \wedge z$, не подходит

| X | Y | Z | $\neg X$ | $\neg X \wedge Y$ | $\neg X \wedge Y \wedge Z$ |
|---|---|---|----------|-------------------|----------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

2) $\neg x \vee y \vee z$, подходит

| X | Y | Z | $\neg X$ | $\neg X \vee Y$ | $\neg X \vee Y \vee Z$ |
|---|---|---|----------|-----------------|------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

3) $\neg x \wedge y \wedge \neg z$, не подходит

| X | Y | Z | $\neg X$ | $\neg X \wedge Y$ | $\neg Z$ | $\neg X \wedge Y \wedge \neg Z$ |
|---|---|---|----------|-------------------|----------|---------------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

4) $x \vee y \vee z$, не подходит

| X | Y | Z | $X \vee Y$ | $X \vee Y \vee Z$ |
|---|---|---|------------|-------------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Ответ: вариант 2)

Задание 2 (5 баллов)

Автомат получает на вход два трехзначных числа. По этим числам строится новое число по следующим правилам:

- 1 Вычисляются три числа - сумма старших разрядов заданных трехзначных чисел, сумма средних разрядов этих чисел, сумма младших разрядов.
- 2 Полученные три числа записываются друг за другом в порядке возрастания (без разделителей).

Пример.

Исходные трехзначные числа: 835, 196.

Поразрядные суммы: 9, 12, 11.

Результат: 91112

Определите, какое из следующих чисел может быть результатом работы автомата.

- 1) 121417
- 2) 111419
- 3) 171311
- 4) 60811

Решение:

В задаче не требуется исполнение алгоритма, но необходимо сформулировать свойства возможного результата его работы, для того, чтобы выделить тот вариант ответа, который может являться результатом алгоритма.

В соответствии с условием, свойства допустимого результата следующие:

- 1 он состоит не менее, чем из трех, и не более, чем из шести цифр
- 2 его можно разбить ровно на три последовательно записанных числа, каждое из которых состоит из одной или двух цифр:
 - 2.1 каждое из этих трех чисел больше или равно нулю ($0+0$), и меньше или равно $18(9+9)$.
 - 2.2 двузначное число не может иметь ведущего нуля, т.е. запись типа 05 недопустима
 - 2.3 эти три двузначных числа записаны слева направо, в порядке возрастания.

Рассмотрим поочередно все варианты ответов:

1) 121417

Можно разбить на 3 группы, соблюдая условие 2, единственным образом: 12 14 17.

При этом все условия выполняются, **вариант подходит**.

2) 111419

Разбивается на 11 14 19 – не подходит, т.к. 19 недопустимо (п. 2.1), **вариант не подходит**.

3) 171311

Разбивается 17 13 11 - не подходит, т.к. числа не в порядке возрастания (п. 2.3), **вариант не подходит**

4) 60811

разбивается 6 08 11- не подходит, т.к. 06 недопустимо (п. 2.2), **вариант не подходит**

Ответ: вариант 1)

Задание 3 (5 баллов)

В ячейке A4 электронной таблицы записана формула = \$C\$4*B2. Какой вид приобретет формула, после того как ячейку A4 скопируют в ячейку C5?

Примечание: знак \$ используется для обозначения абсолютной адресации.

1) = \$C\$4*D3

2) = C4*D3

3) = \$E\$5*B2

4) = \$E\$5*D3

Решение:

Формула = \$C\$4*B2 содержит абсолютный адрес ячейки - \$C\$4. При копировании формулы он не изменится. Поэтому из предложенных вариантов подходит только = \$C\$4*D3.

Ответ: вариант 1)

Задание 4 (5 баллов)

Для регистрации на сайте некоторой страны пользователю требуется придумать пароль. Длина пароля - ровно 11 символов. В качестве символов используются десятичные цифры и 12 различных букв местного алфавита, причём все буквы только заглавные.

Под хранение каждого такого пароля на компьютере отводится минимально возможное и одинаковое целое количество байтов, при этом используется посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством битов.

Определите объём памяти, который занимает хранение 50 паролей.

- 1) 500 байт
- 2) 450 байт
- 3) 400 байт
- 4) 350 байт

Решение:

- 1 с помощью K бит можно закодировать $Q=2^k$ различных вариантов (чисел)
- 2 таблица степеней двойки, она же показывает, сколько вариантов Q можно закодировать с помощью K бит:

| | | | | | | | | | | |
|--------------------|---|---|---|----|----|----|-----|-----|-----|------|
| K , бит | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Q , вариантов | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |

- 1) согласно условию, в пароле можно использовать 10 цифр (0..9) + 12 заглавных букв местного алфавита, всего $10 + 12 = 22$ символа
- 2) для кодирования 22 символов нужно выделить 5 бит памяти: $2^4 < 22 < 2^5$
(4-х бит не хватает, они позволяют закодировать только $2^4 = 16$ вариантов)
- 3) для хранения всех 11 символов пароля нужно $11 \times 5 = 55$ бит
- 4) поскольку пароль должен занимать целое число байт, берем ближайшее большее (точнее, не меньшее) значение, которое кратно 8: это $56 = 7 \times 8$; то есть один пароль занимает 7 байт
- 5) тогда 50 паролей занимают $7 \times 50 = 350$ байт. **Важно:** пароль должен занимать ЦЕЛОЕ число байт

Ответ: вариант 4)

Задание 5 (5 баллов)

Значения двух массивов $A[1..100]$ и $B[1..100]$ задаются с помощью следующего фрагмента программы:

| Бейсик | Паскаль |
|--|--|
| <pre>FOR n=1 to 100 A(n)=n-10 NEXT n FOR n=1 to 100 B(n)= A(n)*n NEXT n</pre> | <pre>for n:=1 to 100 do A[n] := n - 10; for n:=1 to 100 do B[n] := A[n]*n;</pre> |
| Си | Алгоритмический |
| <pre>for (n=1; n<=100; n++) A[n]=n-10; for (n=1; n<=100; n++) B[n]=A[n]*n;</pre> | <pre>нц для n от 1 до 100 A[n]:=n-10 кц нц для n от 1 до 100 B[n]:=A[n]*n кц</pre> |

Сколько элементов массива B будут иметь отрицательные значения?

- 1) 89
- 2) 9
- 3) 10
- 4) 90

Решение:

Элемент массива B определяется выражением $B[n]=A[n]*n$. То есть элемент массива B может быть отрицательным, если $A[n] < 0$ ($1 \leq n \leq 100$).

$A[n]$ определяется выражением $A[n]=n-10$. То есть $A[n] < 0$, если $n \leq 9$.

Значит, всего 9 элементов массива B могут быть отрицательными.

Ответ: вариант 2)

Задание 6 (7 баллов)

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г и Д, решили использовать неравномерный двоичный код, позволяющий однозначно декодировать двоичную последовательность, появляющуюся на приёмной стороне канала связи. Использовали код: А-00, Б-01, В-100, Г-110.

Укажите, каким кодовым словом должна быть закодирована буква Д. Длина этого кодового слова должна быть наименьшей из всех возможных. Код должен удовлетворять свойству однозначного декодирования.

- 1) 001
- 2) 10
- 3) 101
- 4) 0101

Решение:

Что нужно знать:

- 1 кодирование – это перевод информации с одного языка на другой (запись в другой системе символов, в другом алфавите);
- 2 обычно кодированием называют перевод информации с «человеческого» языка на формальный, например, в двоичный код, а декодированием – обратный переход;
- 3 один символ исходного сообщения может заменяться одним символом нового кода или несколькими символами, а может быть и наоборот – несколько символов исходного сообщения заменяются одним символом в новом коде (китайские иероглифы обозначают целые слова и понятия);
- 4 кодирование может быть *равномерное* и *неравномерное*:
 - 4.1 при равномерном кодировании все символы кодируются кодами равной длины;
 - 4.2 при неравномерном кодировании разные символы могут кодироваться кодами разной длины, это затрудняет декодирование;
- 5 закодированное сообщение можно однозначно декодировать с начала, если выполняется *условие Фано*: никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова;
- 6 закодированное сообщение можно однозначно декодировать с конца, если выполняется *обратное условие Фано*: никакое кодовое слово не является окончанием другого кодового слова;
- 7 условие Фано – это достаточное, но не необходимое условие однозначного декодирования.

Анализ предложенных вариантов ответа:

Заметим, что для известной части кода выполняется условие Фано – никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова.

- 1) если $D = 001$, то такая кодовая цепочка совпадает с началом $A = 00$; **не подходит**
- 2) если $D = 10$, то такая кодовая цепочка совпадает с началом $B = 100$; **не подходит**
- 3) если $D = 101$, условие Фано не нарушено: **подходит**
- 4) если $D = 0101$, цепочка включает Б дважды, **не подходит**;

Важно: условие Фано – это **достаточное**, но не необходимое условие однозначного декодирования, поэтому для уверенности полезно найти для всех «неправильных» вариантов контрпримеры: цепочки, для которых однозначное декодирование невозможно

Ответ: вариант 3)

Задание 8 (5 баллов)

У исполнителя имеются две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 1,
2. умножь на 3.

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая - утраивает его.

Запишите порядок команд в программе преобразования числа 2 в число 25, содержащей наименьшее количество команд, указывая лишь номера команд.

Решение:

Умножение на число обратимо не для любого числа, поэтому, если мы пойдём от числа 25 к числу 2, тогда однозначно восстановим программу. Полученные команды будут записываться справа налево.

- 1) $25 - 1 = 24$ (команда 1)
- 2) $24 / 3 = 8$ (команда 2)
- 3) $8 - 1 = 7$ (команда 1)
- 4) $7 - 1 = 6$ (команда 1)
- 5) $6 / 3 = 2$ (команда 2)

Проверим: $2 * 3 = 6 + 1 = 7 + 1 = 8 * 3 = 24 + 1 = 25$

Ответ: 21121

Задание 9 (5 баллов)

Запись числа 45_{10} в системе счисления с основанием N оканчивается на 1 и содержит 3 цифры. Чему равно основание этой системы счисления N ?

Решение:

Составим уравнение для перевода числа 45_{10} в систему счисления с основанием N ($N > 2$).

$$XY1_N = X * N^2 + Y * N^1 + 1 * N^0 = 45,$$

где X, Y – разряды числа в системе счисления с основанием N , числа в промежутке $(0, N)$.

$$X * N^2 + Y * N^1 + 1 = 45$$

$$X * N^2 + Y * N^1 = 45 - 1 = 44$$

$$N * (X * N + Y) = 44$$

Так как N – целое, 44 должно делиться нацело на N . Найдем все делители 44, большие 2: 4, 11.

$$45/11 = 4 \text{ (ост. 1)} \Rightarrow 45_{10} = 41_{11} \text{ - не подходит}$$

$$45/4 \text{ (ост. 1)} = 11/4 \text{ (ост. 3)} = 2 \Rightarrow 45_{10} = 231_4 \text{ - подходит}$$

Следовательно, основание системы равно 4.

Ответ: 4

Задание 10 (5 баллов)

У исполнителя Кузнечик две команды:

1. прибавь 5,

2. вычти 3.

Первая из них увеличивает число на экране на 5, вторая - уменьшает его на 3 (отрицательные числа допускаются).

Программа для Кузнечика – это последовательность команд.

Сколько различных чисел можно получить из числа 3 с помощью программы, которая содержит ровно 7 команд?

Решение:

Операция вычитания соответствует сложению с отрицательным числом. Для сложения справедлив переместительный (коммутативный) закон, значит, порядок команд в программе не имеет значения.

Каждой программе соответствует одно число, поэтому посчитав количество программ (с точностью до перестановки), найдём количество различных чисел.

Если в программе n команд 1, тогда в ней будет $7-n$ команд 2. n изменяется от 0 до 7.

Всего 8 программ, следовательно, 8 чисел.

Проверка:

$$3+5+5+5+5+5+5+5 = 38$$

$$3+5+5+5+5+5+5-3 = 30$$

$$3+5+5+5+5+5-3-3 = 22$$

$$3+5+5+5+5-3-3-3 = 14$$

$$3+5+5+5-3-3-3-3 = 6$$

$$3+5+5-3-3-3-3-3 = -2$$

$$3+5-3-3-3-3-3-3 = -10$$

$$3-3-3-3-3-3-3-3 = -18$$

Ответ: 8

Задание 11 (7 баллов)

Все 5-буквенные слова, составленные из букв X, Y, Z, записаны в алфавитном порядке.
Вот начало списка:

1. XXXXX
2. XXXXY
3. XXXXZ
4. XXXYX

.....

На каком месте от начала списка стоит слово ZZYXZ.

Решение:

Заменяем буквы X, Y, Z на 0, 1, 2 (для них порядок очевиден – по возрастанию)

Впишем начало списка, заменив буквы на цифры:

1. 00000
2. 00001
3. 00002
4. 00010

...

Полученная запись есть числа, записанные в троичной системе счисления в порядке возрастания. Запишем слово ZZYXZ в троичной системе: 22102 и переведем его в десятичную:

$$2 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 = 162 + 54 + 9 + 0 + 2 = 227$$

Не забудем о том, что есть слово номер 1, записывающееся как 0, а значит, 227 – число, соответствующее номеру 228.

Ответ: 228

Задание 12 (7 баллов)

Сколько различных решений имеет уравнение

$$((K \rightarrow L) \rightarrow (L \vee M \wedge N)) = 0$$

где K, L, M, N - логические переменные?

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений K, L, M и N, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Решение:

Перепишем уравнение, используя более простые обозначения операций:

$$((K \rightarrow L) \rightarrow (L + M * N)) = 0$$

Импликация - это сложное логическое выражение, которое истинно во всех случаях, кроме как из истины следует ложь. То есть данная логическая операция связывает два простых логических выражения, из которых первое является условием (A), а второе (B) является следствием.

«A → B» истинно, если из A может следовать B.

Обозначение: F = A → B.

Таблица истинности для импликации

| A | B | F |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |

Из таблицы истинности операции «импликация» следует, что это равенство верно тогда и только тогда, когда одновременно

$$(K \rightarrow L) = 1 \text{ и } (L + M * N) = 0$$

$$1) (K \rightarrow L) = 1$$

$$1 \rightarrow 1 = 1$$

$$0 \rightarrow 1 = 1$$

$$0 \rightarrow 0 = 1$$

$$2) (L + M * N) = 0$$

Логическое умножение или конъюнкция:

Конъюнкция - это сложное логическое выражение, которое считается истинным в том и только том случае, когда оба простых выражения являются истинными, во всех остальных случаях данное сложное выражение ложно.

Обозначение: $F = A \wedge B$

Таблица истинности для конъюнкции

| A | B | F |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 |

Логическое сложение или дизъюнкция:

Дизъюнкция - это сложное логическое выражение, которое истинно, если хотя бы одно из простых логических выражений истинно и ложно тогда и только тогда, когда оба простых логических выражения ложны.

Обозначение: $F = A \vee B$

Таблица истинности для дизъюнкции

| A | B | F |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |

$$(L + M * N) = 0$$

$$L = 0 \text{ и } M * N = 0$$

$$1 * 0 = 0$$

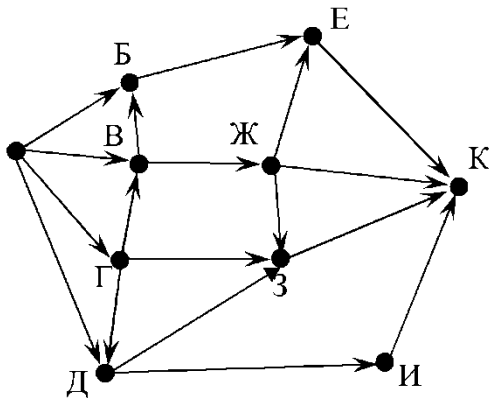
$$0 * 1 = 0$$

$$0 * 0 = 0$$

Ответ: 3

Задание 13 (7 баллов)

На рисунке- схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А к город К?



Решение:

Начнем считать количество путей с конца маршрута – с города К. N_X — количество различных путей из города А в город X, N — общее число путей.

В "К" можно приехать из И, З, Ж, или Е, поэтому

$$N = N_K = N_I + N_Z + N_J + N_E \quad (1)$$

Аналогично:

$$N_I = N_D;$$

$$N_J = N_V;$$

$$N_E = N_B + N_J;$$

$$N_Z = N_J + N_D + N_G.$$

Добавим еще вершины:

$$N_D = N_A + N_G;$$

$$N_V = N_A + N_G;$$

$$N_B = N_A + N_V$$

$$N_G = N_A = 1;$$

$$N_D = N_A + N_G = 1 + 1 = 2;$$

$$N_V = N_A + N_G = 1 + 1 = 2;$$

$$N_B = N_A + N_V = 1 + 2 = 3;$$

Подставим в формулу (1):

$$N = N_K = N_I + N_Z + N_J + N_E = 2 + (2 + 2 + 1) + (2) + (3 + 2) = 14.$$

Ответ: 14

Задание 14 (7 баллов)

Определите, что будет напечатано в результате работы следующего фрагмента алгоритма:

| Бейсик | Паскаль |
|--|--|
| <pre>DIM K, S AS INTEGER S = 0 K = 0 WHILE S < 45 K = K + 1 S = S + K WEND PRINT K</pre> | <pre>var k, s: integer; begin s := 0; k := 0; while s < 45 do begin k := k + 1; s := s + k; end; write(k); end.</pre> |
| Си | Алгоритмический |
| <pre>{ int k,s; s = 0; k = 0; while (s < 45) { k = k + 1; s = s + k; } printf("%d", k); }</pre> | <pre>нач цел k, s s := 0 ; k := 0 нц пока s < 45 k := k + 1 s := s + k кц ВЫВОД k КОН</pre> |

Решение:

Цикл `while` выполняется до тех пор, пока истинно условие $s < 45$, т. е. переменная s определяет, сколько раз выполнится цикл.

Значение s есть сумма первых n членов арифметической прогрессии.

$$b = ((2 \cdot a_1 + (n - 1) \cdot d) / 2) \cdot n$$

b – сумма первых n членов прогрессии,

d – разность прогрессии,

n – количество членов.

Цикл прервется, когда

$$s = ((2 \cdot a_1 + (n - 1) \cdot d) / 2) \cdot n < 45$$

Найдем n :

$$s = (2 \cdot a_1 + (n - 1) \cdot d) \cdot n < 90,$$

$$a_1 = 1, d = 1 \text{ (т.к. } k = k + 1)$$

$$s = (2 \cdot 1 + (n - 1) \cdot 1) \cdot n < 90$$

$$s = n^2 + n < 90$$

Чтобы решить это неравенство, нам необходимо решить квадратное уравнение:

$$n^2 + n - 90 = 0$$

Дискриминант равен:

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-90) = 361$$

Дискриминант $D > 0$, следовательно, уравнение имеет два действительных корня.

$$n_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{361}}{2 \cdot 1} = 9$$

$$n_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{361}}{2 \cdot 1} = -10$$

Среди корней нас интересуют только положительные, то есть $n = 9$.

Подставим известные параметры в

$$k_n = k_1 + (n - 1) \cdot d.$$

$$k_9 = 1 + (9 - 1) \cdot 1 = 9$$

Получаем, что $k_9 = 9$

Ответ: 9

Другое решение:

| | | | | | | | | | | |
|----------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| k | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| s | 0 | 1 | 3 | 6 | 10 | 15 | 21 | 28 | 36 | 45 |

Цикл прервется, когда переменная s будет равна 45. Переменная k при этом равна 9.

Задание 15 (10 баллов)

Ниже записана программа. Получив на вход число x , эта программа печатает два числа L и M .

Укажите наименьшее из таких чисел x , при вводе которых алгоритм печатает сначала 3, а потом 7.

| Бейсик | Паскаль |
|--|--|
| <pre>DIM X, L, M AS INTEGER INPUT X; L=0; M=0 WHILE X > 0 L = L + 1; X = X \ 10 IF (L MOD 2) = 1 THEN M = M + (X MOD 10) ENDIF WEND; PRINT L; PRINT M</pre> | <pre>var x, L, M: integer; begin readln(x); L:=0; M:=0; while x > 0 do begin L:= L + 1; x:= x div 10; if L mod 2 = 1 then M:= M + (x mod 10); end; writeln(L); write(M); end.</pre> |
| Си | Алгоритмический |
| <pre>#include <stdio.h> void main() { int x, L, M; scanf("%d", &x); L = 0; M = 0; while (x > 0) { L = L + 1; x = x / 10; if (L % 2) == 1) M = M + (x % 10); } printf("%d\n%d", L, M); }</pre> | <pre>алг нач цел x, L, M ввод x; L:=0; M:=0 нц пока x>0 L:=L+1; x:=div(x,10) если mod(L,10)=1 то M:= M + mod(x,10) все кц вывод L, M кон</pre> |

Решение:

Рассмотрим цикл, число шагов которого зависит от изменения переменной x :

```
while (x > 0)
{
  ...
  x = x / 10;
  ...
}
```

Т. к. оператор “/” оставляет только целую часть от деления, то при делении на 10 это равносильно отсечению последней цифры.

Из приведенного цикла видно, что на каждом шаге от десятичной записи x отсекается последняя цифра до тех пор, пока все цифры не будут отсечены. То есть x не станет равно 0. Поэтому цикл выполняется столько раз, сколько цифр в десятичной записи введенного числа, при этом число L столько же раз увеличивается на 1. Следовательно, конечное значение L совпадает с числом цифр в x . Для того, чтобы L стало $L=3$, x должно быть **трёхзначным**.

Нам требуется найти наименьшее значение x . Наименьшее трехзначное число – 100.

Рассмотрим работу с M в цикле.

В первой итерации цикла $L = 1$, $x=10$, $L \% 2 = 1$. M всегда заменится на $x \% 10$, так как изначально $M=0$.

$$x \% 10 = 10 \% 10 = 0$$

$$M = 0$$

Во второй итерации $L=2$, $x = 1$ (по нашему предположению), но условие оператора `if` не выполняется ($L \% 2 = 0$). Поэтому M не изменится, $M=0$.

В третьей и последней итерации $L=3$, $x=0$, $L \% 2 = 1$. $M=0$

Выбранное изначально значение $x=100$ не подходит. Нужно подобрать такое число, которое в остатке при делении на 10 дает 7, причем в первой, либо в третьей итерации.

В третьей итерации любое число от 1 до 9 при делении нацело на 10 даст 0. Поэтому оставляем $x=1^{**}$.

В первой итерации в результате $x/10$ из трехзначного числа получится двузначное. Оно при делении по модулю на 10 должно в остатке дать 7. Это число 17.

Значит, исходное значение переменной $x = 170$.

Ответ: 170

Задание 16 (10 баллов)

У исполнителя Вычислитель три команды, которым присвоены номера:

- 1) прибавь 1,
- 2) прибавь 3,
- 3) умножь на 5.

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая - на 3, третья- увеличивает его в 5 раз.

Программа для Вычислителя - это последовательность команд.

Сколько есть программ, которые число 2 преобразуют в число 17?

| Число | Число-источник | Кол-во способов получения |
|--------------|-----------------------|----------------------------------|
| 2 | 2 | 1 |
| 3 | 2 | 1 |
| 4 | 3 | 1 |
| 5 | 2,4 | 1+1=2 |
| 6 | 5,3 | 2+1=3 |
| 7 | 6,4 | 3+1=4 |
| 8 | 7,5 | 4+2=6 |
| 9 | 8,6 | 6+3=9 |
| 10 | 9,2,7 | 9+1+4=14 |
| 11 | 10,8 | 14+6=20 |
| 12 | 11,9 | 20+9=29 |
| 13 | 12,10 | 29+14=43 |
| 14 | 13,11 | 43+20=63 |
| 15 | 14,12,3 | 63+29+1=93 |
| 16 | 15,13 | 93+43=136 |
| 17 | 16,14 | 136+63=199 |

Ответ: 199